

Chương I. MỆNH ĐỀ. TẬP HỢP
BÀI 1. MỆNH ĐỀ

1. Mệnh đề

Hãy đọc các câu sau:

- 1) Số 3 là một số lẻ. 2) Số 7 là một số nguyên tố. 3) Số 5 là một số chẵn.
4) Trời hôm nay đẹp quá! 5) Chị ơi, mấy giờ rồi ? 6) Số x lớn hơn 3.

Xét tính đúng sai của các câu trên

Câu 1) " Số 3 là một số lẻ. " là một khẳng định đúng. Vì 3 chia cho 2 dư 1.

Câu 2) " Số 7 là một số nguyên tố. " là một khẳng định đúng. Vì 7 chỉ có hai ước số là 1 và chính nó. {là 7}

Câu 3) " Số 5 là một số chẵn. " là một khẳng định sai. Vì 5 chia cho 2 dư 1. {số chẵn chia cho 2 không có dư, hay dư 0}

Câu 4) " Trời hôm nay đẹp quá! " là một câu cảm nhận của cá nhân nào đó không khẳng định đúng hay sai.

Câu 5) " Chị ơi, mấy giờ rồi ? " là một câu hỏi không đưa ra khẳng định nào.

Câu 6) " Số x lớn hơn 3. " là một câu mà khi $x = 5$ thì đúng mà khi $x = 2$ thì sai.

Định nghĩa: Một câu được gọi là **mệnh đề** khi nó phải là một khẳng định **đúng** hoặc là một khẳng định **sai**.

Một số ví dụ về những câu là mệnh đề và những câu không là mệnh đề.

- 1) " 7 chia hết cho 2 " là một mệnh đề **sai**. Vì 7 chia cho 2 dư 1.
2) " -3 là một số nguyên " là một mệnh đề **đúng**. Vì $Z = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$.
3) " 9 là một số chính phương " là một mệnh đề **đúng**. Vì có số 3 mà $3^2 = 9$.
4) " $5 > 3$ " là một mệnh đề **đúng**.
5) " Bạn có thể hát một bài được chứ? " Không là mệnh đề. Vì là câu hỏi.
6) " Mình mệt quá! " Không phải là mệnh đề. Vì là câu cảm.
7) " $x + y = 2$ " không phải là mệnh đề. Chưa biết đúng sai.
8) " $n + 1 > n$ " Không phải là mệnh đề. Chưa biết đúng sai.

Nhận xét cần nhớ: Các câu hỏi hay câu cảm là các câu không phải là mệnh đề.

Các câu hỏi thường gặp:

A. Trong các câu sau, câu nào là **mệnh đề**?

- 1) $5 + 5 = 10$. 2) $x + 2 < 7$. 3) $3 > 5$. {có hai mệnh đề }

B. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

- 4) $8 + 2 = 10$. 5) Số $5 \geq 3$. 6) $3 > 3$. {có hai mệnh đề đúng, một mệnh đề sai}

2. Mệnh đề chứa biến

Xét câu " $x > 5$." chưa khẳng định được đúng hay sai. Vậy " $x > 5$ " không phải là mệnh đề.

Trong câu " $x > 5$." ta có x là một biến số.

Khi cho biến x một giá trị ta có được một mệnh đề. Chẳng hạn $x = 6$ ta có mệnh đề " $6 > 5$ " là mệnh đề đúng, nhưng khi cho $x = 4$ thì ta lại có mệnh đề " $4 > 5$ " là mệnh đề sai.

Vậy câu " $x > 5$ " được gọi một tên khác, đó là **mệnh đề chứa biến**.

Cho câu " n chia hết cho 3" là **mệnh đề chứa biến**.

Cho câu " $x + y > 5$ " là **mệnh đề chứa biến**.

Nhận xét câu nhó: Mệnh đề chứa biến không phải là mệnh đề.

Câu hỏi thường gặp:

A. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề chứa biến ?

1) $7 + 3 = 10$. 2) $x + 2 = 7$. 3) $x + y > 5$. { chỉ có hai **mệnh đề chứa biến**}

B. Tìm các giá trị của biến trong **mệnh đề chứa biến** sau để được các **mệnh đề** đúng hay sai.

1) Trong câu " $7 - x = 3$ ", tìm hai giá trị của x để được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

Với $x = 1$ ta được " $7 - 1 = 3$ " là mệnh đề sai. Với $x = 4$ ta được " $7 - 4 = 3$ " là mệnh đề đúng.

II. PHỦ ĐỊNH CỦA MỘT MỆNH ĐỀ

Cho một mệnh đề $P = "3 \text{ là một số nguyên tố}"$ với " 3 " là chủ ngữ còn " $\text{là một số nguyên tố}$ " là vị ngữ.

Để phủ định mệnh đề P ta thêm (hoặc bớt) từ "không" (hoặc "không phải") vào trước vị ngữ của mệnh đề P ta được mệnh đề phủ định của mệnh đề P . Kí hiệu \bar{P} .

Vậy $\bar{P} = "3 \text{ không phải là một số nguyên tố}"$.

Cho mệnh đề $Q = "7 \text{ không chia hết cho } 5"$ ta có mệnh đề $\bar{Q} = "7 \text{ chia hết cho } 5"$.

Cho mệnh đề $A = "Dơi \text{ là một loài chim}"$ ta có mệnh đề $\bar{A} = "Dơi \text{ không phải là một loài chim}"$.

Cho mệnh đề $B = "4 \text{ là một số dương}"$ ta có mệnh đề $\bar{B} = "4 \text{ không là một số dương}"$.

Cho mệnh đề $B = "4 > 0"$ ta có mệnh đề $\bar{B} = "4 \leq 0"$.

Nhận xét câu nhó:

+ Nếu mệnh đề P là đúng thì mệnh đề phủ định \bar{P} sai.

+ Nếu mệnh đề P là sai thì mệnh đề phủ định \bar{P} đúng.

+ Mệnh đề phủ định của mệnh đề \bar{P} chính là P hay $\overline{\bar{P}} = P$.

Câu hỏi thường gặp:

A. Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau đây.

1) 1245 chia hết cho 3 ; 2) $|-5| \leq 0$; 3) $x = -1$ là nghiệm của phương trình $x^2 - 1 = 0$.

B. Tìm giá trị đúng hay sai của mệnh đề phủ định.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề phủ định của các mệnh đề ở câu A.

III. MỆNH ĐỀ KÉO THEO

Kí hiệu \Rightarrow là suy ra (hoặc kéo theo).

Định nghĩa: Mệnh đề " Nếu P thì Q " được gọi là **mệnh đề kéo theo**. Và kí hiệu là $P \Rightarrow Q$.
Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ còn được đọc là " P suy ra Q " hoặc " P kéo theo Q ".

Ví dụ cho cách tạo ra mệnh đề kéo theo

1) Cho mệnh đề $P =$ " Gió mùa Đông Bắc về ", và mệnh đề $Q =$ " Trời trở lạnh " ta có mệnh đề $P \Rightarrow Q =$ " **Nếu** Gió mùa Đông Bắc về **thì** Trời trở lạnh " .

2) Cho mệnh đề $A =$ " Trái Đất không có nước ", và mệnh đề $B =$ " Trái Đất không có sự sống " ta có mệnh đề $A \Rightarrow B =$ " **Nếu** Trái Đất không có nước **thì** Trái Đất không có sự sống " .

3) Mệnh đề kéo theo " 4 ngàn mua được một bánh bao **suy ra** 10 ngàn mua được ba bánh bao " .

4) Mệnh đề kéo theo " $2 < 3$ **kéo theo** $2^2 < 3^2$ " .

5) Mệnh đề kéo theo " $2 \times 3 \times 4 = 2 + 3 + 4 \Rightarrow 1 \times 2 \times 3 = 1 + 2 + 3$ " .

6) Mệnh đề kéo theo " **Nếu** $1 = 2$ **thì** khối lượng con voi bằng khối lượng con kiến " .

Cách xác định giá trị của mệnh đề kéo theo ($P \Rightarrow Q$).

Mệnh đề kéo theo 1) $P \Rightarrow Q$ trong đó P đúng và Q đúng. Ta có mệnh đề $P \Rightarrow Q$ đúng.

Mệnh đề kéo theo 2) $A \Rightarrow B$ trong đó A sai và B sai. Ta có mệnh đề $A \Rightarrow B$ đúng.

Với 3) " Đúng suy ra sai " sai. Với 4) " Đúng kéo theo đúng" đúng.

Với 5) " Sai \Rightarrow đúng " đúng. Với 6) " Nếu sai thì sai " đúng.

Nhận xét cần nhớ:

+ Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng và Q sai.

+ Từ nay về sau ta chỉ xét P là mệnh đề đúng, khi đó Q sai thì $P \Rightarrow Q$ sai, còn Q đúng thì $P \Rightarrow Q$ cũng đúng.

Các Định lí toán học thường có dạng là mệnh đề kéo theo $P \Rightarrow Q$.

Khi đó ta nói

P là giả thiết, Q là kết luận của định lí, hoặc

P là **điều kiện đủ** để có Q , hoặc

Q là **điều kiện cần** để có P .

Cho hai mệnh đề

+ $P =$ " Tam giác ABC có hai góc bằng 60° "

+ $Q =$ " Tam giác ABC là tam giác đều "

Khi đó ta có các dạng mệnh đề kéo theo sau:

1) Tam giác ABC có hai góc bằng 60° kéo theo Tam giác ABC là tam giác đều.

2) Tam giác ABC có hai góc bằng 60° là giả thiết, Tam giác ABC là tam giác đều là kết luận.

3) Tam giác ABC có hai góc bằng 60° là **điều kiện đủ** để có Tam giác ABC là tam giác đều.

4) Tam giác ABC là tam giác đều là **điều kiện cần** để có Tam giác ABC có hai góc bằng 60° .

IV. MỆNH ĐỀ ĐẢO - HAI MỆNH ĐỀ TƯƠNG ĐƯƠNG

1. Mệnh đề đảo

Cho mệnh đề kéo theo $P \Rightarrow Q$. Ta có định nghĩa mệnh đề kéo theo như sau:

Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là **mệnh đề đảo** của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

Cụ thể mệnh đề $(P \Rightarrow Q) = "$ **Nếu** $ABCD$ là hình chữ nhật **thì** $ABCD$ là hình bình hành. {đúng}

Mệnh đề đảo $(Q \Rightarrow P) = "$ **Nếu** $ABCD$ là hình bình hành **thì** $ABCD$ là hình chữ nhật. {sai}

Mệnh đề $(A \Rightarrow B) = "$ Nếu ABC là tam giác cân và có một góc bằng 60° **thì** ABC là tam giác đều ". {đúng}

Mệnh đề đảo $(B \Rightarrow A) = "$ Nếu ABC là tam giác đều **thì** ABC là tam giác cân và có một góc bằng 60° ". {đúng}

2. Hai mệnh đề tương đương

Cho mệnh đề kéo theo " $P \Rightarrow Q$ " là mệnh đề đúng và khi phát biểu mệnh đề kéo theo " $Q \Rightarrow P$ " cũng là mệnh đề đúng. Khi đó ta có mệnh đề tương đương, kí hiệu là $P \Leftrightarrow Q$.

Với $P \Leftrightarrow Q$ đọc là P tương đương Q , hoặc P là điều kiện cần và đủ để có Q , hoặc P khi và chỉ khi Q .

Các phát biểu mệnh đề tương đương

1) Một tam giác là tam giác vuông **khi và chỉ khi** nó có một góc bằng tổng hai góc còn lại.

2) Tam giác ABC cân và có một góc bằng 60° là **điều kiện cần và đủ** để tam giác ABC là tam giác đều.

3) $7 - 3 = 4 \Leftrightarrow 7 - 3 + 3 = 4 + 3$. 4) $5 > 3 \Leftrightarrow 5 \times 4 > 3 \times 4$.

5) $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau **tương đương** $ABCD$ là hình chữ nhật.

6) $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc là **điều kiện cần và đủ** để $ABCD$ là hình vuông.

V. KÍ HIỆU \forall VÀ \exists

+ Kí hiệu \forall đọc là " với mọi ".

+ Kí hiệu \exists đọc là " có một " (tồn tại một) hay " có ít nhất một " (tồn tại ít nhất một) .

Một số ví dụ về mệnh đề dùng đến " với mọi " và " có một ".

Mệnh đề 1: " Bình phương của một số thực bất kì đều lớn hơn hoặc bằng 0".

Dùng kí hiệu để diễn đạt **mệnh đề 1**.

" $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0$ " đọc là " Với mọi x thuộc \mathbb{R} , ta có x bình phương lớn hơn hoặc bằng 0 "

" $x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ " đọc là " x bình phương lớn hơn hoặc bằng 0, với mọi x thuộc \mathbb{R} "

Mệnh đề 1 có giá trị **đúng**.

Mệnh đề 2: " Với mọi n thuộc số nguyên, ta có $n + 1 > n$ ". Dùng kí hiệu để diễn đạt **mệnh đề 2**.

" $\forall n \in \mathbb{Z} : n + 1 > n$ " đọc là " Với mọi n thuộc \mathbb{Z} ta có $n + 1 > n$ ".

" $n + 1 > n, \forall x \in \mathbb{Z}$ " đọc là " $n + 1 > n$, với mọi n thuộc \mathbb{Z} "

Mệnh đề 2 có giá trị **đúng**.

Mệnh đề 3: " Có một số nguyên nhỏ hơn 0 ". Dùng kí hiệu để diễn đạt **mệnh đề 3**.

" $\exists n \in \mathbb{Z} : n < 0$ " đọc là " tồn tại n thuộc \mathbb{Z} ta có $n < 0$ ". Mệnh đề 3 có giá trị **đúng**. { Có $n = -2$ }

Mệnh đề 4: " Có một số nguyên bằng với bình phương của nó ".
Dùng kí hiệu để diễn đạt **mệnh đề 4**.

" $\exists n \in \mathbb{Z} : n = n^2$ " đọc là " tồn tại n thuộc \mathbb{Z} ta có $n = n^2$ ". Mệnh đề 4 có giá trị **đúng**. { $n = 0$ }

Mệnh đề P: " Mọi số thực đều có bình phương khác 1 ". Dùng kí hiệu để diễn đạt **mệnh đề P**.

P: " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \neq 1$ ". Tìm mệnh đề phủ định \bar{P} ?

Ta có \bar{P} : " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 = 1$ ". Mệnh đề \bar{P} **đúng**. {Có $x = -1$ }

Mệnh đề Q: " Có một số tự nhiên n mà $2n = 1$ ". Dùng kí hiệu để diễn đạt **mệnh đề Q**.

Q: " $\exists n \in \mathbb{N} : 2n = 1$ ". Tìm mệnh đề phủ định \bar{Q} ?

Ta có \bar{Q} : " $\forall n \in \mathbb{N} : 2n \neq 1$ ". Mệnh đề \bar{Q} **đúng**.

Mệnh đề B: " Mọi học sinh của lớp thích học môn Toán ". Tìm mệnh đề phủ định \bar{B} ?

Ta có \bar{B} : "Có một học sinh của lớp không thích học môn Toán".

Nếu mệnh đề B **đúng** thì mệnh đề \bar{B} **sai** và ngược lại.

Mệnh đề H: " Với mọi số tự nhiên n ta đều có $n < 2n$ ". Dùng kí hiệu để diễn đạt **mệnh đề H**.

H: " $\forall n \in \mathbb{N} : n < 2n$ ". Tìm mệnh đề phủ định \bar{H} ?

Ta có \bar{H} : " $\exists n \in \mathbb{N} : n \geq 2n$ ". Mệnh đề \bar{H} **đúng**. {Có $n = 0$ }

Bài tập tự luyện